

Prodotti notevoli

Nome _____

Formulario per le verifiche · Classe II · strumento compensativo

Data _____

● **A** = 1° termine ● **B** = 2° termine ● **C** = 3° termine Sostituisci **sempre** con le parentesi ()

QUALE FORMULA USO?

$(A + B)(A - B)$	stessi termini, cambia un segno	1
$(A \pm B)^2$	2 termini al quadrato	2
$(A + B + C)^2$	3 termini al quadrato	3
$(A \pm B)^3$	2 termini al cubo	4
$(x + a)(x + b)$	1° termine uguale, 2° diverso	5
$(A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$	“falso quadrato”	6
$(A \pm B)^n$	esponente 4, 5, 6 ...	7

RIPASSO POTENZE

Segni: $(+)(+) = +$ $(-)(-) = +$ $(+)(-) = -$ $(3x)^2 = 9x^2$ elevo il numero e la lettera $(-5)^2 = +25$ pari → sempre + $(x^3)^2 = x^6$ esponenti: si **moltiplicano** $(-5)^3 = -125$ dispari → il segno **resta** $x^2 \cdot x^3 = x^5$ esponenti: si **sommano** $(\frac{2}{3}a)^2 = \frac{4}{9}a^2$ frazioni: elevo sopra e sotto

ATTENZIONE: ERRORI DA EVITARE

 $\times (A + B)^2 = A^2 + B^2$ ✓ manca $2 \cdot A \cdot B$ $\times (A - B)^2 = A^2 - B^2$ ✓ vedi scheda 2 $\times (A + B)^3 = A^3 + B^3$ ✓ servono 4 termini $\times (3x)^2 = 3x^2$ ✓ $(3x)^2 = 9x^2$ ↔ Le formule si leggono anche **da destra a sinistra**: $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$. Così si **scompone**.

1 SOMMA PER DIFFERENZA

$$(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$$

- **Riconosco**: due parentesi con gli **stessi termini**; solo uno cambia segno.
- **A** = il termine che ha lo **stesso segno** nelle due parentesi.
- **B** = il termine che **cambia segno**.
- Risultato: quadrato di **A** meno quadrato di **B**.

ESEMPIO

$$(2a + 3)(2a - 3) \rightarrow A = 2a, B = 3 \\ = (2a)^2 - (3)^2 = 4a^2 - 9$$

ESEMPIO CON A NEGATIVO

$$(-x + 5)(-x - 5) \rightarrow A = -x, B = 5 \\ = (-x)^2 - (5)^2 = x^2 - 25$$

2 QUADRATO DI BINOMIO

$$(A + B)^2 = A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2 \cdot A \cdot B + B^2$$

- ▶ Si legge: quadrato del 1° + doppio prodotto + quadrato del 2°.
- ▶ I due quadrati sono sempre +.
- ▶ Il doppio prodotto è - solo se i due termini hanno segni diversi.
- ▶ $(-A - B)^2 = (A + B)^2$
- ▶ $(B - A)^2 = (A - B)^2$
- ▶ Il risultato ha sempre 3 termini.

ESEMPIO +

$$\begin{aligned}(3x + 2)^2 &\rightarrow A = 3x, B = 2 \\ &= (3x)^2 + 2 \cdot (3x) \cdot (2) + (2)^2 \\ &= 9x^2 + 12x + 4\end{aligned}$$

ESEMPIO -

$$\begin{aligned}(a - 5)^2 &\rightarrow A = a, B = 5 \\ &= (a)^2 - 2 \cdot (a) \cdot (5) + (5)^2 = a^2 - 10a + 25\end{aligned}$$

3 QUADRATO DI TRINOMIO

$$(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2 \cdot A \cdot B + 2 \cdot A \cdot C + 2 \cdot B \cdot C$$

- ▶ Passo 1: i 3 quadrati (sempre +).
- ▶ Passo 2: i 3 doppi prodotti: AB, AC, BC.
- ▶ Se c'è un meno, lo metto dentro il termine: es. C = -1.
- ▶ Segno del doppio prodotto: regola dei segni.
- ▶ Il risultato ha sempre 6 termini.

ESEMPIO

$$\begin{aligned}(x + y - 1)^2 &\rightarrow A = x, B = y, C = -1 \\ &= (x)^2 + (y)^2 + (-1)^2 \\ &\quad + 2 \cdot (x) \cdot (y) + 2 \cdot (x) \cdot (-1) + 2 \cdot (y) \cdot (-1) \\ &= x^2 + y^2 + 1 + 2xy - 2x - 2y\end{aligned}$$

4 CUBO DI BINOMIO

$$(A + B)^3 = A^3 + 3 \cdot A^2 \cdot B + 3 \cdot A \cdot B^2 + B^3$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3 \cdot A^2 \cdot B + 3 \cdot A \cdot B^2 - B^3$$

- ▶ Numeri davanti: 1 · 3 · 3 · 1
- ▶ Esponenti di A scendono: 3 → 2 → 1 → 0
- ▶ Esponenti di B salgono: 0 → 1 → 2 → 3
- ▶ Con il meno: segni alternati + - + -
- ▶ Il risultato ha sempre 4 termini.

ESEMPIO +

$$\begin{aligned}(x + 2)^3 &\rightarrow A = x, B = 2 \\ &= (x)^3 + 3 \cdot (x)^2 \cdot (2) + 3 \cdot (x) \cdot (2)^2 + (2)^3 \\ &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8\end{aligned}$$

ESEMPIO -

$$(a - 1)^3 = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$$

5 TRINOMIO SPECIALE

prodotto di due binomi con un termine uguale

$$(x + a) \cdot (x + b) = x^2 + (a + b) \cdot x + a \cdot b \quad \text{somma} \cdot \text{prodotto}$$

- **Riconosco:** il 1° termine è uguale, il 2° è diverso.
- **a** e **b** si scrivono con il loro segno.
- Davanti a **x**: la somma **a + b**.
- Termine senza **x**: il prodotto **a · b**.

ESEMPIO

$$\begin{aligned}(x + 3)(x - 5) &\rightarrow a = +3, b = -5 \\ &= x^2 + (3 - 5) \cdot x + (3) \cdot (-5) \\ &= x^2 - 2x - 15\end{aligned}$$

6 SOMMA E DIFFERENZA DI CUBI

$$(A + B) \cdot (A^2 - A \cdot B + B^2) = A^3 + B^3$$

$$(A - B) \cdot (A^2 + A \cdot B + B^2) = A^3 - B^3$$

- **Riconosco:** la 2ª parentesi è un “falso quadrato”: **A·B** senza il 2.
- Il segno di **A·B** è opposto a quello della 1ª parentesi.
- Il segno del risultato è uguale a quello della 1ª parentesi.

ESEMPIO

$$\begin{aligned}(x + 2)(x^2 - 2x + 4) &\rightarrow A = x, B = 2 \\ &= (x)^3 + (2)^3 = x^3 + 8\end{aligned}$$

ESEMPIO

$$(a - 3)(a^2 + 3a + 9) = a^3 - 27$$

7 POTENZA DI BINOMIO

triangolo di Tartaglia

n = 0							1					
n = 1						1	1					
n = 2					1	2	1					
n = 3				1	3	3	1					
n = 4			1	4	6	4	1					
n = 5		1	5	10	10	5	1					
n = 6	1	6	15	20	15	6	1					

ogni numero = somma dei due sopra

- 1. Numeri davanti: la **riga n** del triangolo.
- 2. Esponenti di **A** scendono da n a 0.
- 3. Esponenti di **B** salgono da 0 a n.
- 4. In ogni termine gli esponenti sommati fanno n.
- 5. Con **(A - B)ⁿ**: segni alternati + - + - ...

ESEMPIO CON n = 4

$$\begin{aligned}(A + B)^4 &= A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4 \\ (A - B)^4 &= A^4 - 4A^3B + 6A^2B^2 - 4AB^3 + B^4\end{aligned}$$