

UNITÀ 0

STRUMENTI MATEMATICI

Il ripasso che ti serve prima della Fisica

Materia: Fisica — 1° anno ITIS

Libro: Zanichelli — *Fisica: Lezioni e Problemi 2ed., Vol. U*

Obiettivo: recupero del debito

Come studiare: leggi il box azzurro (cos'è), impara
il box verde (la regola), poi rifai da solo gli esempi gialli

SparkStudio Educational

Schemi chiari · Tanti esempi · Pensato anche per DSA/BES

Come funziona questa dispensa. La matematica qui non è il "nemico": è la **cassetta degli attrezzi** che userai per fare fisica. Per ogni argomento trovi tre passi: ① **Che cos'è** (in parole semplici), ② **La regola** (come si fa) e ③ **Esempi svolti** da copiare e poi rifare da soli. Il riquadro arancione "**A che serve in fisica**" ti mostra dove userai davvero quello strumento.

1 Le frazioni

① CHE COS'È

Una frazione indica **una parte di un intero**. Si scrive con due numeri:

$\frac{3}{4}$ → il numero sopra (**numeratore** = 3) dice *quante parti prendo*; il numero sotto (**denominatore** = 4) dice *in quante parti ho diviso l'intero*.

Esempio: una pizza tagliata in 4 fette; ne mangio 3 → ho mangiato $\frac{3}{4}$ di pizza.

② LA REGOLA (LE OPERAZIONI)

- **Somma/sottrazione con lo stesso denominatore:** sommo (o sottraggo) i numeratori, il denominatore resta uguale.
- **Con denominatori diversi:** prima li rendo uguali (denominatore comune), poi sommo.
- **Moltiplicazione:** numeratore × numeratore, denominatore × denominatore.
- **Divisione:** moltiplico per la frazione **capovolta** (la "reciproca").
- **Da frazione a numero decimale:** faccio **numeratore ÷ denominatore**.

③ ESEMPI

Somma: $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ → stesso denominatore, sommo solo sopra.

Denominatori diversi: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ → uso 6 come denominatore comune → $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

Moltiplicazione: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

Divisione: $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$ → capovolgo la seconda

In decimale: $3 \div 4 = 0,75$

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** Quasi tutte le formule sono frazioni: la velocità è $\frac{\text{spazio}}{\text{tempo}}$, la densità è $\frac{\text{massa}}{\text{volume}}$. Saper gestire le frazioni = saper usare le formule.

2 Le percentuali

① CHE COS'È

"Per cento" significa **su 100**. Una percentuale è una frazione con denominatore 100.

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25 \text{ (cioè 25 parti su 100).}$$

② LA REGOLA

Per calcolare **la percentuale di un numero**:

$$\text{risultato} = \text{numero} \times (\text{percentuale} \div 100)$$

- **Aumento** del p% → moltiplico per $(1 + p/100)$. Es. +10% → $\times 1,10$
- **Sconto** del p% → moltiplico per $(1 - p/100)$. Es. -10% → $\times 0,90$

③ ESEMPI

20% di 50: $50 \times \frac{20}{100} = 50 \times 0,20 = 10$

Sconto: una maglietta costa 40 €, sconto del 25%.

Sconto = $40 \times 0,25 = 10$ € → prezzo finale = $40 - 10 = 30$ €

(oppure più veloce: $40 \times 0,75 = 30$ €)

Quanto % è? 15 su 60 → $\frac{15}{60} \times 100 = 25\%$

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** Si usa per il **rendimento** di una macchina (es. "il motore ha un rendimento del 30%") e per l'**errore percentuale** di una misura.

3 L'arrotondamento di un numero decimale

① CHE COS'È

Arrotondare vuol dire **accorciare** un numero tenendo solo le cifre decimali che ci interessano, scegliendo il valore più vicino. Es. 3,476 con 2 decimali diventa 3,48.

② LA REGOLA

Guardo **la prima cifra che voglio eliminare**:

- se è **0, 1, 2, 3, 4** → arrotondo **per difetto** (lascio la cifra precedente com'è);
- se è **5, 6, 7, 8, 9** → arrotondo **per eccesso** (aumento di 1 la cifra precedente).

③ ESEMPI (ARROTONDO A 2 DECIMALI)

Numero	Cifra da guardare	Risultato
3,474	4 → per difetto	3,47
3,476	6 → per eccesso	3,48
12,951	5 → per eccesso	13,0 (a 1 decimale)

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** I risultati delle misure si scrivono con un numero "giusto" di cifre. Non ha senso scrivere 3,47619 m se hai misurato col metro: si arrotonda.

4 Le potenze di 10

① CHE COS'È

Una potenza di 10 è 10 moltiplicato per se stesso più volte. L'esponente dice **quanti zeri**.

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = \mathbf{1\ 000} \text{ (3 zeri)} \cdot 10^1 = 10 \cdot 10^0 = 1$$

Con esponente **negativo** si va sotto l'unità (numeri piccoli):

$$10^{-1} = 0,1 \cdot 10^{-2} = 0,01 \cdot 10^{-3} = 0,001$$

② LA REGOLA

Notazione scientifica: ogni numero si scrive come $\mathbf{a \times 10^n}$ con a tra 1 e 10.

- Numero **grande** → esponente **positivo** (sposto la virgola a sinistra).
- Numero **piccolo** → esponente **negativo** (sposto la virgola a destra).
- **Moltiplico** potenze di 10 → **sommo** gli esponenti: $10^2 \times 10^3 = 10^5$.
- **Divido** potenze di 10 → **sottraggo** gli esponenti: $10^5 \div 10^2 = 10^3$.

③ ESEMPI

$$300\ 000 = 3 \times 10^5 \text{ (virgola spostata di 5 posti a sinistra)}$$

$$0,002 = 2 \times 10^{-3} \text{ (virgola spostata di 3 posti a destra)}$$

$$45\ 000 = \mathbf{4,5 \times 10^4}$$

$$0,00067 = \mathbf{6,7 \times 10^{-4}}$$

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** Serve per scrivere numeri enormi o piccolissimi: la velocità della luce è 3×10^8 m/s, la massa di un elettrone è circa 9×10^{-31} kg. Impossibile da scrivere con tutti gli zeri!

5 Le equazioni

① CHE COS'È

Un'equazione è un'uguaglianza con un numero "nascosto", la **x**. Risolverla significa **scoprire quanto vale x**. I due lati dell'uguale (=) si chiamano **membri** e devono restare in equilibrio, come una bilancia.

② LA REGOLA

Posso fare la **stessa operazione ai due membri** senza rompere l'equilibrio. In pratica:

- un termine che "passa dall'altra parte" dell'uguale **cambia segno** (+ diventa -);
- alla fine, per liberare la x, **divido** entrambi i membri per il numero davanti alla x.
- **Verifica:** rimetto il valore trovato al posto di x e controllo che torni.

③ ESEMPIO SVOLTO

$$2x + 3 = 11$$

sposto il +3 → diventa -3 : $2x = 11 - 3 \rightarrow 2x = 8$

divido tutto per 2 : $x = \frac{8}{2} = 4$

Verifica: $2 \times 4 + 3 = 8 + 3 = 11 \checkmark$ (torna!)

⚙ **A CHE SERVE IN FISICA** Ogni volta che da una formula devi "tirar fuori" un numero, stai risolvendo un'equazione. È la base delle **formule inverse** (argomento n° 8).

6 Le proporzioni

① CHE COS'È

Una proporzione è un'uguaglianza tra due rapporti (due frazioni):

$a : b = c : d$ Si legge "a sta a b come c sta a d". I termini **esterni** sono a e d (gli **estremi**), quelli **interni** sono b e c (i **medi**).

② LA REGOLA D'ORO

Prodotto dei medi = prodotto degli estremi: $b \times c = a \times d$ Per

trovare un termine sconosciuto (x): **moltiplico i due numeri che NON stanno con la x e divido per quello che resta.**

③ ESEMPIO SVOLTO

$$3 : 4 = 6 : x$$

x è un estremo, "lontano" dal 3. Moltiplico i due medi e divido per l'altro estremo:

$$x = \frac{4 \times 6}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

Verifica: $3 \times 8 = 24$ e $4 \times 6 = 24$ ✓

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** Per le **grandezze direttamente proporzionali** e per le **scale** (es. su una mappa 1 cm : 100 km), oltre che per i cambi di unità di misura.

7 Le funzioni

① CHE COS'È

Una funzione è un **legame tra due grandezze**: una dipende dall'altra. Si scrive $y = f(x)$ e si legge "y dipende da x". La x è la grandezza che **scelgo io** (indipendente), la y è quella che **viene di conseguenza** (dipendente).

② LA REGOLA

Una funzione si rappresenta con un **grafico cartesiano**: asse orizzontale = x, asse verticale = y. Due casi tipici in fisica:

- **Proporzionalità diretta** $y = k \cdot x$ → grafico: **retta che passa per l'origine** (se raddoppia x, raddoppia y).
- **Proporzionalità inversa** $y = k \div x$ → grafico: **curva (iperbole)** (se raddoppia x, y si dimezza).

③ ESEMPIO: $y = 2x$

Costruisco una tabella scegliendo dei valori di x e calcolando y:

x	0	1	2	3
$y = 2x$	0	2	4	6

I punti (0,0) (1,2) (2,4) (3,6) messi sul grafico stanno tutti su **una retta** che parte dall'origine.

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** Il grafico **spazio-tempo** e **velocità-tempo** sono funzioni. Dalla pendenza di una retta capisci, ad esempio, se un'auto va veloce o piano.

8 Le formule inverse

① CHE COS'È

Una formula collega più grandezze. La **formula inversa** serve quando l'incognita **non è già da sola**: la "giro" per ricavare la grandezza che mi serve. È come risolvere un'equazione.

② LA REGOLA

Tre mosse semplici da ricordare:

- se una grandezza **moltiplica**, per spostarla la faccio **dividere**;
- se una grandezza **divide**, per spostarla la faccio **moltiplicare**;
- quello che è **sotto** nella frazione può salire **sopra** dall'altra parte.

③ ESEMPIO CLASSICO: LA VELOCITÀ

Formula di partenza: $v = \frac{s}{t}$ (velocità = spazio diviso tempo)

Per trovare lo spazio s: il tempo t (che divide) passa a moltiplicare →

$$s = v \cdot t$$

Per trovare il tempo t: → $t = \frac{s}{v}$

Con i numeri: $v = 50 \text{ km/h}$, $t = 2 \text{ h}$ → $s = 50 \times 2 = 100 \text{ km}$

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** È l'abilità più importante di tutto l'anno! Stesso schema per la densità ($d = m/V \rightarrow m = d \cdot V \rightarrow V = m/d$), la forza, il lavoro, ecc. Se sai girare le formule, risolvi metà dei problemi.

9 Il teorema di Pitagora

① CHE COS'È

Vale solo nei **triangoli rettangoli** (quelli con un angolo di 90°). I due lati che formano l'angolo retto sono i **cateti**; il lato più lungo, di fronte all'angolo retto, è l'**ipotenusa**.

② LA REGOLA

$$\text{ipotenusa}^2 = \text{cateto}_1^2 + \text{cateto}_2^2$$

- Per trovare l'**ipotenusa**: $\text{ipotenusa} = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$
- Per trovare un **cateto**: $\text{cateto} = \sqrt{(\text{ipotenusa}^2 - \text{altro cateto}^2)}$

($\sqrt{}$ significa "radice quadrata": il numero che, moltiplicato per sé, dà quel valore. $\sqrt{9} = 3$ perché $3 \times 3 = 9$.)

③ ESEMPIO SVOLTO

Triangolo rettangolo con cateti **3** e **4**. Quanto è l'ipotenusa?

$$\text{ipotenusa}^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\text{ipotenusa} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$$

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** Per sommare due grandezze **perpendicolari** (i vettori): se una forza spinge di 3 N verso destra e una di 4 N verso l'alto, la forza totale è 5 N, calcolata proprio con Pitagora.

10 Seno e coseno

① CHE COS'È

In un triangolo rettangolo, seno e coseno sono due **rapporti tra i lati** che dipendono da un angolo (lo chiamiamo α). Servono a collegare gli **angoli** con le **lunghezze** dei lati.

② LA REGOLA

Rispetto all'angolo α :

- **seno:** $\sin \alpha = \frac{\text{cateto opposto}}{\text{ipotenusa}}$ (il lato "di fronte" all'angolo, diviso l'ipotenusa)
- **coseno:** $\cos \alpha = \frac{\text{cateto adiacente}}{\text{ipotenusa}}$ (il lato "attaccato" all'angolo, diviso l'ipotenusa)

Valori da ricordare a memoria:

angolo	30°	45°	60°
sen	0,5	$\approx 0,71$	$\approx 0,87$
cos	$\approx 0,87$	$\approx 0,71$	0,5

③ ESEMPIO SVOLTO

Ipotenusa = 10, angolo $\alpha = 30^\circ$. Quanto è il cateto opposto?

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{opposto}}{\text{ipotenusa}} \rightarrow \text{opposto} = \text{ipotenusa} \times \sin 30^\circ = 10 \times 0,5 = \mathbf{5}$$

⚙️ **A CHE SERVE IN FISICA** Servono a **scomporre i vettori**: per esempio capire quanta parte di una forza inclinata spinge orizzontalmente (con il coseno) e quanta verticalmente (con il seno). Fondamentali per il **piano inclinato**.

✓ Mini-checklist prima della verifica

- So sommare e moltiplicare frazioni e trasformarle in decimali.
- So calcolare una percentuale e uno sconto.
- So arrotondare e scrivere un numero in notazione scientifica ($\times 10^n$).
- So risolvere un'equazione semplice e **verificare** il risultato.
- So girare una formula (formula inversa) — soprattutto $v = s/t$.
- So usare Pitagora e sapere cosa sono seno e coseno.